

Examenul de bacalaureat național 2020

Proba E. c)

Matematică  $M_{tehnologic}$

Test 14

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.

I. Feladat

(30 punct)

- 5p 1. Igazold, hogy  $\left(2 + \frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) \cdot \frac{15}{16} + \sqrt[3]{-8} = 0$ .
- 5p 2. Határozd meg az  $a$  valós számot tudva, hogy az  $A(4, 0)$  pont rajta van az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x + a$  függvény grafikonján.
- 5p 3. Oldd meg a valós számok halmazán a  $\sqrt{2x+1} = 5$  egyenletet.
- 5p 4. Számítsd ki annak a valószínűségét, hogy tetszőlegesen kiválasztva egy számot az  $M = \{10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90\}$  halmazból, az 6 többszöröse legyen.
- 5p 5. Az  $xOy$  derékszögű koordináta rendszerben adottak az  $A(3, 5)$  és  $B(7, 5)$  pontok. Határozd meg az  $OM$  szakasz hosszát, tudva, hogy az  $M$  pont az  $AB$  szakasz felezőpontja.
- 5p 6. Tudva hogy  $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  és  $\cos x = \frac{5}{13}$ , igazold, hogy  $\operatorname{tg} x = \frac{12}{5}$ .

II. Feladat

(30 pont)

1. Adottak az  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  és  $O_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$  mátrixok.
- 5p a) Igazold, hogy  $\det A = 1$ .
- 5p b) Igazold, hogy  $B \cdot B + A = O_2$ .
- 5p c) Határozd meg az  $x, y \in (0, +\infty)$  azon értékét, amelyre  $A \cdot B + B \cdot A - (A + B) = \begin{pmatrix} \log_2 x & 0 \\ 0 & \log_3 y \end{pmatrix}$ .
2. A valós számok halmazán értelmezzük az  $x * y = x + \frac{y}{5} + 1$  műveletet.
- 5p a) Igazold, hogy  $2020 * 5 = 2022$ .
- 5p b) Határozd meg, azt az  $x$  valós számot, amelyre  $(x * x) * x = \frac{24}{5}$ .
- 5p c) Határozd meg azt az  $x$  valós számot amelyre  $5^x * 5^{x+1} = 11$ .

III. Feladat

(30 pont)

1. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = -x^3 + 3x + 9$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $f'(x) = 3(1-x)(1+x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .
- 5p b) Igazold, hogy  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 7}{x - 2} = -9$ .
- 5p c) Bizonyítsd be, hogy  $f(x) \leq 11$ , bármely  $x \in [-1, +\infty)$ .
2. Adott az  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$  függvény.
- 5p a) Igazold, hogy  $\int_{-1}^1 f(x) \cdot (x^2 + 1) dx = 0$ .
- 5p b) Számítsd ki  $\int_0^1 (x^2 + 1) e^x f(x) dx$ .
- 5p c) Határozd meg  $a \in (0, +\infty)$  értékét úgy, hogy  $\int_0^a (f(x) - f(-x)) dx = \ln(2a)$ .